

**Програма та перелік обов'язкових завдань  
по спецкурсу “Квантова теорія поля”  
(4-курс, осінь 2007 р., спеціалізація “Квантова теорія поля”)**

**Вступ**

1. Підхід Лагранжа та Гамільтона в теорії поля. Трансформаційні властивості функцій поля. Принцип найменшої дії. Неперервні симетрії. Теорема Ньотер.
2. Динамічні інваріанти в теорії поля: тензор енергії-імпульсу, тензор моменту кількості руху.
3. Динамічні інваріанти в теорії поля: спін, ізотопічний спін, електричний заряд.

**Теорія класичних полів.**

4. Нейтральне скалярне поле. Динамічні інваріанти. Імпульсне представлення та частотні компоненти для неперервного та дискретного випадку. Узагальнення на випадок зарядженого скалярного поля. Поле піонів.
5. Векторне поле. Необхідність введення додаткових умов.
6. Електромагнітне поле. Потенціал електромагнітного поля. Особливості векторного поля з нульовою масою.
7. Спінорне поле. Рівняння Дірака. Матрична структура та трансформаційні властивості спінорного поля.
8. Явний вигляд функцій спінорного поля. Розклад по станам з різною спіральністю. Співвідношення ортогональності та нормування. Динамічні інваріанти. Імпульсне представлення та частотні компоненти.

**Квантова теорія вільних полів.**

**Вступ до теми.**

9. Квантування гармонічного осцилятора. Метод вторинного квантування в квантовій механіці багатьох частинок. Випадки Бозе- та Фермі-систем.

**Загальні принципи квантування вільних полів**

10. Необхідність введення формалізму квантованих полів. Загальні принципи квантування вільних полів. Операторна природа функцій поля та амплітуда стану. Трансформаційні властивості амплітуди стану та операторів поля. Постулат квантування хвильових полів. Стан вакууму та амплітуда стану в представленні Фока.
11. Встановлення перестановочних співвідношень типу Фермі-Дірака та Бозе-Ейнштейна. Зв'язок спіну зі статистикою. Нормальний добуток операторів та запис динамічних змінних. Випадок дискретного представлення.

**Квантування полів.**

12. Квантування дійсного та комплексного скалярних полів. Поле пі-мезонів.
13. Квантування зарядженого масивного векторного поля.
14. Особливості квантування електромагнітного поля. Умова Лоренца. Інdefінітна метрика. Формалізм Гупта-Блейлера.
15. Квантування спінорного поля. Альтернативний підхід до квантування полів. Гамільтонів формалізм. Канонічне квантування.
16. Квантування полів зі зв'язками. Канонічне квантування електромагнітного поля.

### **Дискретні симетрії.**

17. Властивості полів щодо  $C$ ,  $P$ ,  $T$  перетворень. Перетворення інверсії ( $P$ ).
18. Перетворення зарядового спряження ( $C$ ).
19. Перетворення обернення часу ( $T$ ).
20. Інваріантність відносно комбінованих перетворень. СРТ теорема.
21. Принцип калібрувальної інваріантності. Принципи побудови лагранжіану системи взаємодіючих полів.

### **Функції Гріна.**

22. Перестановочні функції Паулі-Йордана. Розгляд скалярного, векторного, спірного полів.
23. Випереджуюча, запізнююча, причинна та апричинна функції Гріна. Імпульсне представлення.
24. Явний вигляд причинної функції Гріна в координатному представленні. Особливості на світовому конусі.

## Перелік завдань до спецкурсу “Квантова теорія поля”

1. Виходячи з рівнянь Лагранжа-Ейлера та означення тензора енергії-імпульсу показати, що  $\partial_\nu T^{\mu\nu} = 0$ .
2. Антисиметричний контрваріантний тензор має вигляд  $A^{ik} = (\vec{p}, \vec{a})$ . Показати, що антисиметричний коваріантний тензор має вигляд  $A_{ik} = (-\vec{p}, \vec{a})$ , де  $\vec{p}$  – полярний,  $\vec{a}$  – аксіальний чотири вектор.
3. Вивести формулу перетворень функцій поля при повороті в ізотопічному просторі з  $I = 1/2$ . Яким чином скалярне поле ізотопічного дублету двох частинок при поворотах в ізотопічному просторі перетворюється за допомогою матриць Паулі, що використовуються для опису спінових полів?
4. Розглянути скалярне поле ізотопічного триплету піонів. Вивести формулу перетворень функцій поля при повороті в ізотопічному просторі з  $I = 1$ . Отримати динамічні інваріанти в імпульсному частотному представленні. Розглянути різні типи представлень.
5. Для нейтрального скалярного поля
  - а) отримати вирази для обернених Фур’є перетворень.
  - б) отримати в імпульсному частотному представленні вирази для чотири-імпульсу системи.
6. Показати, як можна записати лагранжіан векторного поля, щоб автоматично виконувалась додаткова умова  $\partial_n A^n = 0$ .
7. Отримати вираз для спінового моменту векторного зарядженого масивного поля в імпульсному частотному представленні.
8. Діагоналізувати вираз для спінового моменту векторного зарядженого масивного поля в імпульсному частотному представленні. Показати, що до діагоналізації частотні складові полів відповідали лінійно поляризованим коливанням, а після діагоналізації – коливанням з коловою поляризацією.
9. Діагоналізувати вираз для спінового моменту електромагнітного поля в імпульсному частотному представленні.
10. Отримати формулу перетворень спірного та діраковськиспряженого спірного поля при лоренцевих поворотах. Представити результат в експонентційному та матричному виглядах.
11. Отримати вираз для спіральності рухомого електрона.
12. Отримати явний вигляд функцій спірного поля для частинок та античастинок з різними значеннями спіральності, що рухаються в довільному напрямку  $(\theta, \varphi)$ .
13. Шляхом лоренц перетворень отримати з функції нерухомого правошвинтового електрона функцію електрона, що рухається в довільному напрямку  $(\theta, \varphi)$ .
14. Показати, що спіральність є інтегралом руху лише для безмасових частинок.
15. Отримати вирази для 4-імпульсу, заряду та спіну в імпульсному частотному представленні для зарядженого спірного поля.
16. Показати, що третя компонента спіну для спірного поля буде зберігатися лише за деяких умов.
17. Розглянути формалізм класичного спірного поля з нулевою масою.

18. Який фізичний зміст компонент  $S_{0m}$  – спінового тензора моменту кількості руху? Розглянути на прикладі векторного та спірного полів.
19. Розглянути вторинне квантування для квантовомеханічних систем, що складаються з частинок з напівцілим спіном.
20. Розглянути вирази для оператора 4-імпульсу у вторинноквантованій теорії поля в обмеженому просторі. Розглянути можливі власні значення операторів кількості Бозе та Фермі частинок.
21. Розглянути вторинноквантоване скалярне поле ізотопічного триплету піонів. Отримати оператори для динамічних інваріантів.
22. Розглянути вторинноквантовану теорію нейтрального масивного векторного поля.
23. Показати, що повздовжні та часові фотони електромагнітного поля не дають вкладу в величини, що спостерігаються.
24. Отримати вираз для вторинноквантованих функцій електромагнітного поля через оператори з коловою поляризацією.
25. Розглянути вторинноквантовану теорію безмасового спірного поля.
26. Розглянути вплив окремих та комбінованих СРТ-перетворень на оператори народження-знищення у випадку спірного поля.
27. Розглянути білінійні комбінації  $\bar{\Psi}\Psi$ ,  $i\bar{\Psi}\gamma^5\Psi$ ,  $\bar{\Psi}\gamma^\mu\Psi$ ,  $\bar{\Psi}\gamma^\mu\gamma^5\Psi$ ,  $\bar{\Psi}\sigma^{\mu\nu}\Psi$  спірного поля та оператор  $\partial_\mu$  на симетрії по відношенню до окремих та комбінованих СРТ-перетворень.
28. Знайти комутатор квантованих полів електромагнітного поля. Виразити його через функцію Паулі-Йордана.
29. Записати рівняння для причинної функції спірного, векторного та електромагнітного полів в координатному представленні.

## ЛІТЕРАТУРА

### Основна:

1. Н. Н. Боголюбов, Д. В. Ширков. Введение в теорию квантованных полей. М.: Наука, 1976.
2. П.А.М. Дирак. Лекции по квантовой механике. Ижевск: Ижевская республиканская типография, 1998.
3. Л.Д. Ландау, Е.М. Лившиц. Теория поля. М.: Наука, 1989.
4. Л.Д. Ландау, Е.М. Лившиц. Квантовая механика. Нерелятивистская теория. М.: Наука, 1989.
5. А.И. Ахиезер, В.Б. Берестецкий. Квантовая электродинамика. М.: Наука, 1981.
6. М.Пескин, Д.Шредер. Введение в квантовую теорию поля. Москва-Ижевск: Регулярная и хаотическая динамика, 2001.

### Додаткова:

1. С. Швебер. Введение в релятивистскую квантовую теорию поля. М.: Издательство иностранной литературы, 1963.
2. Дж. Бьеркен, С. Дрелл. Релятивистская квантовая теория, т. 1-2 М.: Наука, 1978.
3. К. Ициксон, Ж.-Б. Зюбер. Квантовая теория поля, т. 1-2. М.: Мир, 1984.
4. Г. Вентцель. Введение в квантовую теорию волновых полей. М.: Полиграфкнига, 1947.